

## BÍ KÍP 1: TUYỆT TRƯỚC TƯƠNG SAU

\* *Ưu điểm:* Dễ làm dễ nhớ

\* *Nhược điểm:* Do phải tính đạo hàm nên đôi khi gặp những hàm phức tạp, tính toán mà không chắc tay thì rất dễ nhầm lẫn. Mà thường thì chúng ta toàn gặp xương xẩu chứ mấy khi gặp miếng ngon, nên phương pháp này cũng ít khi dùng lắm → đọc để biết thêm là chính.

\* *Kiến thức cần biết:*

- Biết vẽ tam giác (tức là ký hiệu delta  $\Delta$ ) → cái này chắc trẻ con cũng biết
- Biết là tính cộng, trừ, nhân, chia → hết cấp 1 là biết rồi.
- Biết tính đạo hàm → hết lớp 11 là đã biết
- Biết tính đạo hàm riêng → chắc là chưa học nhưng vẫn phải biết → nguyên tắc thì rất đơn giản tính đạo hàm riêng theo biến nào thì coi các biến còn lại là hằng số → cứ thế mà tính thôi (ví dụ nếu hàm của chúng ta là  $f(x, y, z)$ , thì khi tính đạo hàm riêng theo ẩn  $x$  thì hãy coi  $y, z$  chỉ là một hằng số → very dễ hiểu phải không?).
- Biết ký hiệu đạo hàm, đạo hàm riêng (không phải loại phẩy phẩy trên đầu như học thời phổ thông đâu, lên đại học nó phải khác chứ → phải đẳng cấp hơn và nguy hiểm hơn ☺).
  - Đạo hàm toàn phần:  $\frac{dF}{dx}$
  - Đạo hàm riêng phần:  $\frac{\partial F}{\partial x}$

→ về công thức tính toán thì chả khác nhau mấy, thường đặc điểm nhận dạng dễ nhất là nếu chỉ có 1 biến thì đạo hàm toàn phần (tức là một mình một ngựa thì toàn phần), nếu nhiều biến thì đạo hàm riêng (tức là khi có nhiều đối thủ cạnh tranh thì chúng ta phải chơi kiểu solo chứ đừng đánh cả party → die là chắc chắn). Và cứ nhớ toàn phần thì là  $d$  còn riêng phần thì là  $\partial$  (nói thật tôi cũng phải mất thời gian khá dài mới nhận biết được hai cái ký hiệu này → chứng tỏ hồi xưa cũng không thông minh gì cho lắm \*.\*).

- Biết về vi phân → thực ra vi phân và đạo hàm luôn liên quan chặt chẽ với nhau và thường ký hiệu là chữ  $d$  (vi phân của  $x$  là  $dx$ , vi phân của  $táo$  thì là  $dtáo$  → quá dễ) → công thức tính vi phân tổng quát là:  $df(x) = f'(x)dx$  → cái này phổ thông nếu ai để ý một chút thì cũng đã biết (nhưng chắc số lượng để ý chỉ khoảng 1% \*.\*).

- Biết về vi phân riêng phần  $\rightarrow$  chắc nghe lần đầu  $\rightarrow$  thì bây giờ sẽ biết  $\rightarrow$  công thức cũng đơn giản thôi.

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz$$

Ba màu xanh đỏ lờ loẹt chính là ba cái vi phân riêng phần  $\rightarrow$  tóm lại công thức tổng quát của vi phân riêng của hàm  $F$  theo biến  $x$  bất kỳ là:  $\frac{\partial F}{\partial x} dx$

\* *Thực hành:*

Biết thì cũng khá nhiều nhưng tóm lại đối với cách 1 các bạn chỉ cần nhớ hai công thức là xong.

(1):  $\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial F}{\partial z} \right| \Delta z \rightarrow$  đây chính là công thức tính sai số tuyệt đối.

(2):  $\delta = \frac{\Delta F}{F} \rightarrow$  đây là công thức tính sai số tương đối

Chú ý: Quan trọng nhất là tính được ba cái đạo hàm riêng theo  $x, y, z$  (màu đỏ)  $\rightarrow$  do đó khi đạo hàm phải rất rất cẩn thận.

**VD1:** Thiết lập công thức tính sai số của vận tốc  $v = \lambda \cdot f$  (bài thí nghiệm số 4)

- **Phân tích:**  $F$  ở đây chính là  $v$ , và  $F$  phụ thuộc vào hai biến là  $\lambda, f$  (đại loại ta có thể coi đây là dạng  $F = x \cdot y$ )

- **Xác định sai số tuyệt đối:**

$$\Delta v = \left| \frac{\partial(\lambda \cdot f)}{\partial \lambda} \right| \Delta \lambda + \left| \frac{\partial(\lambda \cdot f)}{\partial f} \right| \Delta f = f \cdot \Delta \lambda + \lambda \cdot \Delta f \rightarrow \text{are you OK? ^^}$$

- **Xác định sai số tương đối:**

$$\delta = \frac{\Delta v}{v} = \frac{f \cdot \Delta \lambda + \lambda \cdot \Delta f}{\lambda \cdot f} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f} \rightarrow \text{kiểm tra xem có giống như trong báo cáo không? ☺}$$

**VD2:** Thiết lập công thức tính sai số của trụ rỗng:  $V = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) h$  (bài thí nghiệm số 1)

- **Phân tích:**  $F$  ở đây là  $V$ , ta thấy  $F$  phụ thuộc vào các đại lượng  $D, d, h, \pi$

- **Xác định sai số tuyệt đối:**

$$\Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial \pi} \right| \Delta \pi + \left| \frac{\partial V}{\partial D} \right| \Delta D + \left| \frac{\partial V}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial V}{\partial h} \right| \Delta h$$

$$\Delta V = \frac{(D^2 - d^2)h}{4} \Delta \pi + \frac{\pi Dh}{2} \Delta D + \frac{\pi dh}{2} \Delta d + \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \Delta h$$

**- Xác định sai số tương đối:**

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{2D}{D^2 - d^2} \cdot \Delta D + \frac{2d}{D^2 - d^2} \cdot \Delta d + \frac{\Delta h}{h}$$

→ sau một hồi rút gọn toát hết cả mồ hôi ta có kết quả cuối như sau:

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \cdot \frac{D \cdot \Delta D + d \Delta d}{D^2 - d^2} + \frac{\Delta h}{h}$$

→ công nhận tôi tính toán cũng khá chuẩn ☺

**VD3:** Thiết lập công thức tính sai số tỷ số Poisson:  $\gamma = \frac{H}{H-h}$  (bài thí nghiệm số 6)

**- Phân tích:**  $F$  ở đây là  $\gamma$ , ta thấy  $F$  phụ thuộc vào các đại lượng  $H, h$

**- Xác định sai số tuyệt đối:**

$$\Delta \gamma = \left| \frac{\partial \gamma}{\partial H} \right| \Delta H + \left| \frac{\partial \gamma}{\partial h} \right| \Delta h$$

$$\Delta \gamma = \frac{h}{(H-h)^2} \Delta H + \frac{H}{(H-h)^2} \Delta h$$

**- Xác định sai số tương đối:**

$$\delta = \frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \frac{h}{H \cdot (H-h)} \Delta H + \frac{1}{H-h} \Delta h = \frac{h \cdot \Delta H + H \cdot \Delta h}{H \cdot (H-h)}$$

→ no comment ☺

**VD4:** Thiết lập công thức tính sai số hệ số nhớt:  $\eta = \frac{(\rho_1 - \rho) \cdot d^2 \cdot g \cdot \tau}{18L \cdot (1 + 2.4 \frac{d}{D})}$

(nhìn công thức đã thấy chán chả buồn làm rồi \*\_\*). Đối với bài này ta thường sử dụng bí kíp 2 chứ rất ít khi chơi bí kíp 1.

- **Phân tích:**  $F$  ở đây là  $\eta$ , ta thấy  $F$  phụ thuộc vào các đại lượng  $\rho_1, \rho, d, g, \tau, L, D \rightarrow$  với số lượng ẩn nhiều như thế này thì tính toán rất phức tạp  $\rightarrow$  nhưng đã đằm lao thì phải theo lao thôi.

- **Xác định sai số tuyệt đối:**

$$\Delta\eta = \left| \frac{\partial\eta}{\partial\rho_1} \right| \Delta\rho_1 + \left| \frac{\partial\eta}{\partial\rho} \right| \Delta\rho + \left| \frac{\partial\eta}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial\eta}{\partial g} \right| \Delta g + \left| \frac{\partial\eta}{\partial\tau} \right| \Delta\tau + \left| \frac{\partial\eta}{\partial L} \right| \Delta L + \left| \frac{\partial\eta}{\partial D} \right| \Delta D$$

$\rightarrow$  Đến đây các bạn tự tính nhé. Dài quá ngời gỡ cũng ngại. Sau khi có giá trị sai số tuyệt đối thì ta sẽ dễ dàng tính được sai số tương đối thôi.

## BÍ KÍP 2: TƯƠNG TRƯỚC TUYỆT SAU

\* *Ưu điểm*: Có thể sử dụng được cho những hàm phức tạp (có dạng thương hoặc tích). Thường khi xây dựng các công thức trong báo cáo thí nghiệm đều sử dụng phương pháp này.

\* *Nhược điểm*: Rất dễ rơi vào tình trạng “tay nhạt lá, chân đá ông bo” khi biến đổi → chóng chỉ định cho những đối tượng yếu tâm lý.

\* *Kiến thức cần biết*:

- Những kiến thức cần biết trong bí kíp 1.
- Kỹ năng tính đạo hàm pro
- Các tính chất cơ bản của hàm ln như đạo hàm, ln một tích, vân vân và vân vân...

\* *Thực hành*:

Đối với bí kíp này chúng ta có ba bước cơ bản: (giả sử ta có hàm  $F = f(x, y, z)$ )

**Bước 1: Logarit nêpe hai vế của hàm  $F$**  → bước này đến học sinh lớp 1 cũng làm được vì điều kiện cần và đủ là biết viết và có đủ khả năng hiểu tiếng việt → có mỗi viết thêm hai chữ ln vào hai vế. Sau đó vận dụng kiến thức loga để rút gọn tối đa có thể. Về loga chúng ta cần biết: cái này tôi cam đoan là ai trèo được vào BK thì đều phải biết. Không biết có mà cạp đất mà ăn.

$$\log_a(x_1 \cdot x_2) = \log_a|x_1| + \log_a|x_2|$$

$$\log_a\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \log_a|x_1| - \log_a|x_2|$$

$$\log_a x^\alpha = \alpha \log_a|x|$$

**Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế** → dễ không kém gì bước 1 → thêm mỗi chữ d vào hai vế là xong → có thể nói hai bước đầu chưa thể đánh giá được trình độ của chúng ta là lớp 1 hay sinh viên đại học ☺ → nên có làm được hai bước đầu thì đừng nghĩ mình nguy hiểm ^^.

**Bước 3: Biến đổi rút gọn** → bước này khá “ảo” → đến tôi nhiều khi bị stun làm cũng còn nhầm nên các bạn mà có nhầm thì cũng yên tâm là có đưa khác vẫn còn nhầm → ☺. Tuy nhiên, nếu cẩn thận thì chả việc gì phải lẩn tẩn. Các bạn chỉ cần nắm vững kiến thức về phép biến đổi đạo hàm riêng, vi phân riêng vớ vẫn là xong. Lúc đấy thì mấy công thức trong báo cáo chỉ là muối. Về đạo hàm, vi

phân riêng chúng ta cần biết: (cái này thì tôi tin là đa phần các bạn đều không biết vì nó nằm trong kiến thức toán trên đại học) → mà đã không biết thì cố gắng nhớ một chút vậy vì quy tắc của nó cũng đơn giản.

$$d[f(x, y, z)] = f'_x dx + f'_y dy + f'_z dz$$

Trong đó  $f'_{x,y,z}$  là đạo hàm riêng theo từng biến. Khi các bạn đạo hàm theo biến nào thì các biến khác coi như bằng hằng số.

Sau khi vật vã biến đổi các bạn sẽ thu được dạng cuối cùng như sau:

$$\frac{dF}{F} = A \cdot dx + B dy + C dz$$

Trong đó A, B, C là gì thì làm sao mà tôi biết được vì nó phụ thuộc vào từng hàm mà ☺. Có thể nói thành hay bại là do các bạn có thuộc được công thức này hay không. Nhưng nói thật thì công thức này và công thức sai số tuyệt đối trong bước 1 chẳng khác nhau là mấy. Nếu các bạn để ý thì chỉ có mỗi thay  $\Delta$  thành  $d$  và bỏ trị tuyệt đối đi là ta có công thức trên ngay. Tóm lại là học 1 mà lại nhớ 2 thế nó mới hài hước ☺.

**Bước 4: Giải quyết hậu quả** của các bước trên bằng cách vô cùng đơn giản đổi hết  $d$  thành  $\Delta$  và thay A, B, C bằng trị tuyệt đối của A, B, C (chỗ này các bạn phải rất chú ý vì nhiều khi trừ trừ cộng cộng hoa hết cả mắt lên nên không để ý, nếu A, B, C mà dương rồi thì thôi còn nếu mà nó đang âm thì đổi hộ một dấu là xong). Kết thúc bước này ta sẽ có sai số tương đối và từ sai số tương đối ta sẽ tính ra sai số tuyệt đối → đây là nội dung của bí kíp: tương trước tuyệt sau ☺.

Tuy nhiên, sinh viên chúng ta bản tính thích ăn sẵn, có bí kíp rồi mà rất ít tự luyện. Lại còn đòi có thầy chỉ dẫn cho từng bước mới yên tâm luyện cơ. Nhưng đến khi thành tài thì chém gió ầm ầm (cứ như một mình tự luyện được ☺). Do đó, tôi đành phải viết tiếp phần ví dụ cho các bạn vậy:

**VD1:** Thiết lập công thức tính sai số:  $V = \frac{1}{4}\pi D^3$  (bài thí nghiệm số 1)

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln V = \ln\left(\frac{1}{4}\pi D^3\right)$$

Biến đổi rút gọn:  $\ln V = \ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(\pi) + \ln D^3 = \ln\left(\frac{1}{4}\right) + \ln(\pi) + 3\ln D$

Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:

$$d(\ln V) = d \left[ \ln \left( \frac{1}{4} \right) + \ln(\pi) + 3 \ln D \right]$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  nói thì dễ làm mới kinh.

$$VT = d(\ln V) = (\ln V)' dV = \frac{dV}{V}$$

$$VP = d \left[ \ln \left( \frac{1}{4} \right) + \ln(\pi) + 3 \ln D \right] = \left[ \ln \left( \frac{1}{4} \right) + \ln(\pi) + 3 \ln D \right]'_{\pi} d\pi + \left[ \ln \left( \frac{1}{4} \right) + \ln(\pi) + 3 \ln D \right]'_D dD$$

$$\rightarrow VP = \frac{d\pi}{\pi} + 3 \frac{dD}{D}$$

Bước 4: Giải quyết hậu quả bằng cách thay  $d \rightarrow \Delta$ , ở đây ta thấy không cần lấy giá trị tuyệt đối nữa vì các số nhân với  $d\pi$  và  $dD$  đều dương rồi (trừ khi nó âm thì lấy đảo dấu lại là xong). Tóm lại ta có

$$\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{3 \Delta D}{D}$$

$\rightarrow$  chuẩn như sách hướng dẫn.

- Sai số tuyệt đối là:

$$\Delta V = V \cdot \delta = \frac{D^3}{4} \Delta \pi + \frac{3}{4} \pi D^2 \Delta D$$

**VD2:** Thiết lập công thức tính sai số  $\rho = \frac{m}{V}$  (bài thí nghiệm số 1)  $\rightarrow$  còn dễ hơn cả ví dụ 1 😊

Bước 1: Logarit nêpe hai vế:

$$\ln \rho = \ln \frac{m}{V} = \ln m - \ln V$$

Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:

$$d\rho = d(\ln m - \ln V)$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  nói thì dễ làm mới kinh.

$$\frac{d\rho}{\rho} = (\ln m - \ln V)' dm + (\ln m - \ln V)' dV = \frac{dm}{m} - \frac{dV}{V}$$

Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$  và ở đây chú ý đại lượng nhân với  $dV$  mang dấu âm nên nhớ đổi dấu một cái là xong.

$$\delta = \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta V}{V}$$

- Sai số tuyệt đối:

$$\Delta \rho = \delta \cdot \rho = \frac{\Delta m}{V} + \frac{m \Delta V}{V^2}$$

**VD3:** Thiết lập công thức tính sai số  $f_{ms} = mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2}$  (bài thí nghiệm số 2)

Bước 1: Logarit nêpe hai vế:

$$\ln f_{ms} = \ln \left( mg \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \right) = \ln m + \ln g + \ln(h_1 - h_2) - \ln(h_1 + h_2)$$

Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:

$$d(\ln f_{ms}) = d[\ln m + \ln g + \ln(h_1 - h_2) - \ln(h_1 + h_2)]$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  nhìn cái vế phải đã thấy choáng váng.

$$\frac{df_{ms}}{f_{ms}} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{d(h_1 - h_2)}{(h_1 - h_2)} - \frac{d(h_1 + h_2)}{(h_1 + h_2)}$$

Để ý công thức tính vi phân riêng ta có:

$$d(h_1 - h_2) = (h_1 - h_2)'_{h_1} dh_1 + (h_1 - h_2)'_{h_2} dh_2 = dh_1 - dh_2$$

$$d(h_1 + h_2) = (h_1 + h_2)'_{h_1} dh_1 + (h_1 + h_2)'_{h_2} dh_2 = dh_1 + dh_2$$

$$\frac{df_{ms}}{f_{ms}} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{dh_1 - dh_2}{(h_1 - h_2)} - \frac{dh_1 + dh_2}{(h_1 + h_2)} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{2h_2 dh_1}{h_1^2 - h_2^2} + \frac{2h_1 dh_2}{h_1^2 - h_2^2}$$

Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Vấn đề còn lại là nằm ở hai số nhân với với  $dh_1$  và  $dh_2$   $\rightarrow$  ta phải xem dấu má thể nào để còn đổi cho chuẩn. Từ bài thí nghiệm ta thấy  $h_1 > h_2$  nên chắc chắn ông tương nhân với  $dh_2$  kiểu gì cũng âm rồi  $\rightarrow$  đổi dấu luôn. Tóm lại ta có

$$\delta = \frac{\Delta f_{ms}}{f_{ms}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{2h_2 \Delta h_1}{h_1^2 - h_2^2} + \frac{2h_1 \Delta h_2}{h_1^2 - h_2^2}$$

$\rightarrow$  chắc cũng không khác sách là mấy nhỉ?

- Sai số tuyệt đối:

$$\Delta f_{ms} = \delta \cdot f_{ms} = g \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \Delta m + m \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \Delta g + \frac{2mgh_2}{(h_1 + h_2)^2} \Delta h_2 + \frac{2mgh_1}{(h_1 + h_2)^2} \Delta h_1$$

**VD3:** Thiết lập công thức tính sai số  $I = mg \cdot \frac{h_2}{h_1(h_1+h_2)} \cdot \left(\frac{t \cdot d}{2}\right)^2$  (bài thí nghiệm số 2)

Có lẽ đây là công thức khá khó nhớ vì độ ảo của nó. Nhìn vào thấy số lượng biến nhiều kinh dị. Nhưng khó không có nghĩa là ta bỏ qua. Chiến thôi!!!

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln I = \ln \left( mg \frac{h_2}{h_1(h_1+h_2)} \right) \left( \frac{t \cdot d}{2} \right)^2 = \ln m + \ln g + \ln h_2 - \ln h_1 - \ln(h_1 + h_2) + 2 \ln t + 2 \ln d - \ln 4$$

*Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:*

$$d(\ln I) = d(\ln m + \ln g + \ln h_2 - \ln h_1 - \ln(h_1 + h_2) + 2 \ln t + 2 \ln d - \ln 4)$$

*Bước 3: Biến đổi rút gọn → too terribly!!!*

$$\frac{dI}{I} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{dh_2}{h_2} - \frac{dh_1}{h_1} - \frac{d(h_1 + h_2)}{(h_1 + h_2)} + \frac{2dt}{t} + \frac{2dd}{d}$$

$$\frac{dI}{I} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{h_1 dh_2}{h_2(h_1 + h_2)} - \frac{(2h_1 + h_2)dh_1}{h_1(h_1 + h_2)} + \frac{2dt}{t} + \frac{2dd}{d}$$

$$\frac{dI}{I} = \frac{dm}{m} + \frac{dg}{g} + \frac{1}{(h_1 + h_2)} \left[ \frac{h_1 dh_2}{h_2} - \frac{(2h_1 + h_2)dh_1}{h_1} \right] + 2 \left( \frac{dt}{t} + \frac{dd}{d} \right)$$

→ hoa hết cả mắt @@

*Bước 4: Thay d thành Δ. Đề ý đổi tượng nhân với dh<sub>1</sub> mang dấu âm đấy nhé → đổi dấu luôn. Tóm lại ta có:*

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{1}{(h_1 + h_2)} \left[ \frac{h_1 \Delta h_2}{h_2} + \frac{(2h_1 + h_2) \Delta h_1}{h_1} \right] + 2 \left( \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta d}{d} \right)$$

**VD4:** Thiết lập công thức tính sai số  $g = \frac{4 \cdot \pi^2 L}{T^2}$  (bài thí nghiệm số 3)

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln g = \ln \left( \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot L}{T^2} \right) = \ln 4 + 2 \ln \pi + \ln L - 2 \ln T$$

Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:

$$d(\ln g) = d(\ln 4 + 2 \ln \pi + \ln L - 2 \ln T)$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn  $\rightarrow$  chắc đơn giản hơn ví dụ 3 nhiều

$$\frac{dg}{g} = \frac{2}{\pi} d\pi + \frac{1}{L} dL - \frac{2}{T} dT$$

Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Đại lượng nhân với  $dT < 0 \rightarrow$  đổi dấu luôn. Tóm lại ta có

$$\delta = \frac{\Delta g}{g} = \frac{2 \cdot \Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{2 \cdot \Delta T}{T}$$

- Sai số tuyệt đối:

$$\Delta g = \delta \cdot g = \frac{8\pi L}{T^2} \Delta \pi + \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta L + \frac{8\pi^2 L}{T} \Delta T$$

**VD5:** Thiết lập công thức tính sai số của vận tốc  $v = \lambda \cdot f$  (bài thí nghiệm số 4)

So với mấy ví dụ trên thì ví dụ này chỉ thuộc hàng con cháu vì nó quá dễ. Nhưng với tinh thần trẻ không tha già không thương chúng ta vẫn cứ phải giải quyết cho gọn. ☺

Bước 1: Logarit nêpe hai vế:

$$\ln v = \ln(\lambda \cdot f) = \ln \lambda + \ln f$$

Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:

$$d(\ln v) = d(\ln \lambda + \ln f)$$

Bước 3: Biến đổi rút gọn:

$$\frac{dv}{v} = \frac{d\lambda}{\lambda} + \frac{df}{f}$$

Bước 4: Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Các đại lượng nhân với  $d\lambda$  và  $df$  đều dương  $\rightarrow$  không cần quan tâm. Tóm lại ta có:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta f}{f}$$

**VD6:** Thiết lập công thức tính sai số độ nhớt  $\eta = \frac{(\rho_1 - \rho)d^2 g \tau}{18L(1 + 2.4 \frac{d}{D})}$

Ông ví dụ này thì tầm chả kém gì ví dụ 3 thậm chí có thể nói rằng nó khủng khiếp nhất trong các bài thí nghiệm vật lý 1. Đa phần các bạn sinh viên năm thứ nhất nhìn thấy là đã choáng toàn tập. Đã thế công thức trong báo cáo lại còn gõ thiếu vài chỗ nên có ngời đến tết thì cũng không biến đổi ra y nguyên trong báo cáo được. Tôi cũng không biết là bộ môn đã đính chính lại công thức đó chưa.

*Bước 1: Logarit nêpe hai vế:*

$$\ln \eta = \ln \left[ \frac{(\rho_1 - \rho)d^2 g \tau}{18L(1 + 2.4 \frac{d}{D})} \right] = \ln(\rho_1 - \rho) + 2 \ln d + \ln g + \ln \tau - \ln 18 - \ln L - \ln \left( 1 + 2.4 \frac{d}{D} \right)$$

*Bước 2: Vi phân toàn phần hai vế:*

$$d(\ln \eta) = d \left[ \ln(\rho_1 - \rho) + 2 \ln d + \ln g + \ln \tau - \ln 18 - \ln L - \ln \left( 1 + 2.4 \frac{d}{D} \right) \right]$$

*Bước 3: Biến đổi rút gọn:*

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d(\rho_1 - \rho)}{(\rho_1 - \rho)} + 2 \frac{dd}{d} + \frac{dg}{g} + \frac{d\tau}{\tau} - \frac{dL}{L} - \frac{d \left( 1 + 2.4 \frac{d}{D} \right)}{\left( 1 + 2.4 \frac{d}{D} \right)}$$

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\rho_1 - d\rho}{(\rho_1 - \rho)} + 2 \frac{dd}{d} + \frac{dg}{g} + \frac{d\tau}{\tau} - \frac{dL}{L} - \frac{2.4 \frac{dd}{D} - 2.4 \frac{d \cdot dD}{D^2}}{\left( 1 + 2.4 \frac{d}{D} \right)}$$

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\rho_1 - d\rho}{(\rho_1 - \rho)} + 2 \frac{dd}{d} + \frac{dg}{g} + \frac{d\tau}{\tau} - \frac{dL}{L} - \frac{2.4 dd}{(D + 2.4d)} + 2.4 \frac{d \cdot dD}{D(D + 2.4d)}$$

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\rho_1 - d\rho}{(\rho_1 - \rho)} + \frac{dg}{g} + \frac{d\tau}{\tau} - \frac{dL}{L} + \frac{(2D + 2.4d)dd}{d \cdot (D + 2.4d)} + 2.4 \frac{d \cdot dD}{D(D + 2.4d)}$$

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\rho_1 - d\rho}{(\rho_1 - \rho)} + \frac{dg}{g} + \frac{d\tau}{\tau} - \frac{dL}{L} + \frac{1}{(D + 2.4d)} \left[ \frac{(2D + 2.4d)dd}{d} + 2.4 \frac{d \cdot dD}{D} \right]$$

→ well, how do you feel? Chắc làm đến bước này khối bạn stress nặng. Đến tôi ngồi gõ hi hục mãi mới xong nên nếu các bạn có không làm được thì đừng có tự kỷ → chuyện thường ngày ở BK ý mà. @@

*Bước 4:* Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Đổi dấu ở một số chỗ để đảm bảo số hạng nhân với vi phân của từng biến luôn dương. Tóm lại ta có:

$$\delta = \frac{\Delta \eta}{\bar{\eta}} = \frac{\Delta \rho_1 + \Delta \rho}{\rho_1 - \rho} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta \tau}{\bar{\tau}} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{1}{D + 2.4\bar{d}} \left[ (2D + 2.4\bar{d}) \frac{\Delta d}{\bar{d}} + 2.4\bar{d} \frac{\Delta D}{D} \right]$$

**VD7:** Thiết lập công thức tính sai số tỷ số Poisson:  $\gamma = \frac{H}{H-h}$  (bài thí nghiệm số 6)

*Bước 1:* Logarit nêpe hai vế:

$$\ln \gamma = \ln \left( \frac{H}{H-h} \right) =$$

*Bước 2:* Vi phân toàn phần hai vế:

$$d(\ln \gamma) = d[\ln H - \ln(H-h)]$$

*Bước 3:* Biến đổi rút gọn:

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{dH}{H} - \frac{d(H-h)}{(H-h)} = \frac{dH}{H} - \frac{dH - dh}{(H-h)} = \frac{-hdH}{H(H-h)} + \frac{dh}{(H-h)}$$

*Bước 4:* Thay  $d$  thành  $\Delta$ . Đại lượng nhân với  $dH < 0 \rightarrow$  đổi dấu luôn. Tóm lại ta có.

$$\frac{\Delta \gamma}{\gamma} = \frac{h\Delta H}{H(H-h)} + \frac{\Delta h}{(H-h)} = \frac{h\Delta H + H\Delta h}{H(H-h)}$$

chúc các bạn thiết lập thành thạo công thức sai số sau khi biết hai bí kíp này.

### **Chốt lại:**

- Hi vọng với hai bí kíp này các bạn sẽ có đủ kỹ năng hành tẩu giang hồ trong giai đoạn đại cương. Chú ý là luyện tập thường xuyên kéo quên mất đấy → cố gắng bảo vệ xong rồi quên cũng được chỉ cần nhớ là tìm lại nó ở đâu chứ không cần phải nhớ nó như thế nào → tốn RAM và bộ nhớ vô ích. Như vậy chỉ qua mấy ví dụ cơ bản, tôi nghĩ các bạn hoàn toàn có thể tự thiết lập công thức tính sai số cho một hàm bất kỳ. Và có lẽ bây giờ thiết lập sai số không còn là nỗi ám mộng của các bạn.

- Về thiết lập công thức tính sai số cho các bài thí nghiệm thuộc vật lý 2 và vật lý 3 trở đi tôi sẽ never làm vì nếu các bạn đã thiết lập thành thạo trong vật lý 1 thì không có lý do gì mà phải hướng dẫn làm cho vật lý 2, 3. Tôi chỉ thiết lập hộ các bạn sinh viên khóa đầu để tránh bị shock dẫn đến tự kỷ thôi. ☺